

## ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДАТЧИКОВ НА ОСНОВЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН (ПАВ) МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

*Лунин Леонид Сергеевич, доктор физико-математических наук, Южно-Российский государственный технический университет (Новочеркасский политехнический институт), 346428, Россия, Ростовская обл., г. Новочеркасск, ул. Просвещения, 132, e-mail: Lunin\_ls@yandex.ru*

*Катаев Владимир Федорович, аспирант, Южно-Российский государственный технический университет (Новочеркасский политехнический институт), 346428, Россия, Ростовская обл., г. Новочеркасск, ул. Просвещения, 132, генеральный директор ЗАО «Институт термоэлектричества», Россия, 347360, Ростовская обл., г. Волгодонск, ул. Ленина, 73/94, e-mail: kyf@volgodonsk.ru*

*Крейс Иван Викторович, аспирант, Южно-Российский государственный технический университет (Новочеркасский политехнический институт), 346428, Россия, Ростовская обл., г. Новочеркасск, ул. Просвещения, 132, e-mail: ikreuz@yandex.ru*

*Датчики на поверхностных акустических волнах служат для измерения физических и химических величин: давления, температуры, химического состава, магнитного поля и др. Принцип их работы основан на двух физических явлениях: ПАВ и пьезоэлектричестве. Рассмотренные в данной статье датчики на поверхностных акустических волнах резонаторного типа. Описываемая конечно-элементная математическая модель и анализ частотной характеристики устройств на ПАВ отличаются от ранее разработанных тем, что моделирование электромеханических свойств датчика производится с минимальным числом допущений и приближений.*

*Распространение ПАВ в пьезоэлектрических материалах описывается двумя системами уравнений: механическими уравнениями движения и уравнениями Максвелла для описания электрических явлений.*

*Так как акустические волны в типичном пьезоэлектрическом материале приблизительно на пять порядков величины медленнее, чем электромагнитные волны, поле пьезоэлектрической связи можно считать квазистатическим.*

*Опрос датчиков может производиться по радиоканалу. При этом сигнал опросного устройства поступает на антенну сенсора, центральная частота которого изменилась под действием приложенного параметра внешней среды (деформации, температуры и т.д.). Ответный сигнал датчика будет нести в себе значение измененной центральной частоты.*

**Ключевые слова:** *метод конечных элементов, поверхностные акустические волны, датчик, чувствительный элемент, уравнения Максвелла, метод Галеркина, «скайлайн-метод», термостабильный кварц, встречно-штырьевой преобразователь, резонансная частота, деформация.*

## PECULIARITIES OF SURFACE ACOUSTIC WAVE (SAW) SENSORS NUMERICAL MODELING USING FINITE-ELEMENT METHOD

*Lunin Leonid S., D.Sc. in Physics & Mathematics, Head of Department of General and Applied Physics, South Russian State Technical University (Novocherkassk Polytechnic Institute), 132 Prosvetsheniya st., Novocherkassk, the Rostov region, 347360, Russia, e-mail: ikreuz@yandex.ru*

**Kataev Vladimir F.**, Post-graduate student, South Russian State Technical University (Novocherkassk Polytechnic Institute), 132 Prosvetsheniya st., Novocherkassk, the Rostov region, 347360, Russia, director-general Close corporation "Institute of thermoelectricity", 73/94 Lenina st., Volgodonsk, the Rostov region, 347360, Russia, e-mail: kvf@volgodonsk.ru

**Kreys Ivan V.**, Post-graduate student, South Russian State Technical University (Novocherkassk Polytechnic Institute), 132 Prosvetsheniya st., Novocherkassk, the Rostov region, 347360, Russia, e-mail: ikreuz@yandex.ru

Surface acoustic wave sensors serve for physical and chemical values measurement: pressure, temperatures, chemical properties, a magnetic field, etc. The principle of their operation is on 2 physical phenomena based: surface acoustic waves and piezoelectricity. Surface acoustic wave sensors, considered in this article, are resonator-type sensors. Finite-element mathematical model and the analysis of a surface acoustic wave devices frequency response differ from earlier developed subjects, that modeling of electromechanical properties of the sensor is produced with minimum number of assumptions and approximations.

Surface acoustic waves propagation for piezoelectric materials is described by two systems of equations: mechanical motion equations and Maxwell's equations for the description of the electrical phenomena.

As the surface acoustic waves are in a typical piezoelectric material approximately on five magnitude orders more slowly, than piezoelectric communication electromagnetic waves, it is possible to consider acoustic waves quasistatic.

Ininterrogation of sensors can be produced on a radio channel. Thus the signal of the interrogated device arrives at the sensor, control antenna, which center frequency has changed under the influence of the enclosed parameter of an external environment (deformation, temperature etc.). The sensor's response signal will carry in itself value of the changed center frequency.

**Key words:** final elements method, superficial acoustic waves, the gauge, the sensitive element, Maxwell's equations, Galerkin's method, Skyline-method, thermostable quartz, interdigital transducer, resonant frequency, deformation.

Распространение ПАВ в пьезоэлектрических материалах описывается двумя системами уравнений: механическими уравнениями движения и уравнениями Максвелла для описания электрических явлений. Эти две системы уравнений объединены с помощью выражений, соответствующих пьезоэлектрическому материалу, что можно описать посредством следующих формул:

$$T_{ij} = c_{ijkl}^E \cdot S_{kl} - e_{kij} \cdot E_k \quad (1)$$

$$D_i = e_{ikl} \cdot S_{kl} + \varepsilon_{ik}^S \cdot E_k \quad (2)$$

где  $T_{ij}$  – компоненты механического напряжения,  $c_{ijkl}^E$  – постоянная упругости при условии постоянства электрического поля,  $S_{kl}$  – деформация,  $E_k$  – интенсивность электрического поля,  $D_i$  – электрическое смещение,  $e_{kij}$  – пьезоэлектрическая постоянная,  $\varepsilon_{ik}^S$  – диэлектрическая постоянная при условии постоянства величины деформации.

Так как акустические волны в типичном пьезоэлектрическом материале приблизительно на пять порядков величины медленнее, чем электромагнит-

ные волны, поле пьезоэлектрической связи можно считать квазистатическим. Следовательно, возможно некоторое упрощение уравнений Максвелла:

$$\frac{\partial D_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

и

$$E_i = -\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \quad (4)$$

где  $\varphi$  – электрический потенциал. Предполагается, что пьезоэлектрический материал является идеальным изолятором, поэтому внутренний электрический заряд равен нулю. Таким образом, уравнения движения в отсутствие внутренних сил приобретают следующий вид:

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} - \rho \cdot \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

где  $\rho$  – плотность,  $u_i$  – компоненты вектора смещения. Компоненты вектора деформации могут быть определены уравнением:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

Из приведенных выше выражений получим систему из четырех связанных волновых уравнений для электрического потенциала и трех компонентов векторов смещений для пьезоэлектрического материала [2]:

$$-\rho \cdot \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + c_{ijkl}^E \cdot \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} + e_{kij} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_k \partial x_j} = 0 \quad (7)$$

$$e_{ikl} \cdot \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_l \partial x_l} - \varepsilon_{ik}^S \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_l \partial x_k} = 0 \quad (8)$$

Вышеуказанные уравнения также применимы к электродам конечной толщины, расположенным на поверхности и в окружающей среде, такой как воздух или вакуум.

Диэлектрические постоянные воздуха и вакуума ничтожно малы по сравнению с теми же величинами, соответствующими пьезоэлектрической подложке. Поэтому возможно приближение, при котором электрический заряд принимается равным нулю для всех поверхностей, на которых он должен быть предписан. Так как это предположение позволяет решить задачу в области пьезоэлектрической подложки и электродов, то с целью упрощения оно будет использовано в последующем анализе.

Для дискретизации вышеуказанных уравнений используются линейные изопараметрические трехгранники. Вектор смещения и электрический потенциал интерполируются посредством следующих выражений [3]:

$$u_i(x) = N_a(x) \cdot u_{ia} \quad (9)$$

$$\varphi(x) = N_a(x) \cdot \varphi_a \quad (10)$$

где  $u_{ia}$  и  $\varphi_a$  – соответственно компоненты смещения и электрического потенциала в узлах элементарной ячейки сетки;  $N_a(\mathbf{x})$  – функции формы соответствующих элементов. Индекс «а» представляет собой номер узла элементарной ячейки. С помощью метода Галеркина результирующие дискретизированные уравнения вышеописанной системы преобразуются к виду:

$$M_{iajb} \cdot \frac{\partial^2 u_{jb}}{\partial t^2} + K_{iajb} \cdot u_{jb} + C_{iab} \cdot \varphi_b = F_{ia} \quad (11)$$

$$C_{jbc} \cdot u_{jb} + H_{cb} \cdot \varphi_b = f_c, \quad (12)$$

где

$$M_{iajb} = - \int \rho \cdot N_a \cdot N_b \cdot \delta_{ij} dS \quad (13)$$

$$K_{iajb} = - \int c_{ijkl}^E \cdot \frac{\partial N_a}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial N_b}{\partial x_l} dS \quad (14)$$

$$C_{iab} = - \int e_{kij} \cdot \frac{\partial N_a}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial N_b}{\partial x_j} dS \quad (15)$$

$$H_{cb} = \int \varepsilon_{ij}^S \cdot \frac{\partial N_c}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial N_b}{\partial x_j} dS \quad (16)$$

а  $F_{ia}$  и  $f_c$  представляют собой так называемые «силовые условия», определенные граничными условиями.

Применяя линейную интерполяцию вектора смещения и скорости с шагом времени от  $n$  до  $n + 1$ , получаем:

$$u_{ia}^{n+1} = u_{ia}^n + \Delta t \cdot \left[ (1 - \theta) \cdot \frac{du_{ia}^n}{dt} + \theta \cdot \frac{du_{ia}^{n+1}}{dt} \right] \quad (17)$$

$$\frac{du_{ia}^{n+1}}{dt} = \frac{du_{ia}^n}{dt} + \Delta t \cdot \left[ (1 - \theta) \cdot \frac{d^2 u_{ia}^n}{dt^2} + \theta \cdot \frac{d^2 u_{ia}^{n+1}}{dt^2} \right] \quad (18)$$

Комбинируя уравнения (11), (12), (17) и (18), получаем следующие рекуррентные соотношения:

$$\left( \frac{1}{\theta^2 \Delta t^2} M_{iajb} + K_{iajb} \right) u_{jb}^{n+1} + C_{iab} \phi_b^{n+1} = F_{ia} + M_{iajb} r_{jb}^n \quad (19)$$

$$C_{jbc} \cdot u_{jb}^{n+1} + H_{cb} \cdot \varphi_b^{n+1} = f_c \quad (20)$$

$$r_{jb}^n = \frac{1}{\theta^2 \cdot \Delta t^2} \cdot u_{jb}^n + \frac{1}{\theta^2 \cdot \Delta t} \cdot \frac{du_{jb}^n}{dt} + \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{d^2 u_{jb}^n}{dt^2} \quad (21)$$

$$\frac{du_{jb}^{n+1}}{dt} = \frac{1}{\theta \cdot \Delta t} \cdot (u_{jb}^{n+1} - u_{jb}^n) - \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{du_{jb}^n}{dt} \quad (22)$$

$$\frac{d^2 u_{jb}^n}{dt^2} = \frac{1}{\theta \cdot \Delta t} \cdot \left( \frac{du_{jb}^{n+1}}{dt} - \frac{du_{jb}^n}{dt} \right) - \frac{1-\theta}{\theta} \cdot \frac{d^2 u_{jb}^n}{dt^2} \quad (23)$$

В данной модели значение  $\theta$  принимается равным  $1/2$ , что соответствует  $\beta = 1/4$ ,  $\gamma = 1/2$  в методе Неймарка.

Для уменьшения взаимовлияния отраженных ПАВ на границе вводятся трехгранные элементы с мнимой составляющей коэффициентов затухания Релея. Релеевская матрица затухания  $Z$  является линейной комбинацией матрицы масс и жесткости:

$$Z_{iajb} = \alpha \cdot M_{iajb} + \beta \cdot K_{iajb}, \quad (24)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – так называемые коэффициенты «релеевского» затухания, которые можно выразить с помощью наиболее распространенного коэффициента затухания  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{\alpha + \beta \cdot \omega^2}{2 \cdot \omega}, \quad (25)$$

где  $\omega$  – частота собственных колебаний системы. Оптимальные значения коэффициентов затухания могут быть выбраны на основе анализа распространения плоской волны и отражения на поверхности раздела между упругим материалом и материалом с коэффициентами затухания.

Система уравнений симметрична и скомпонована с помощью «скайлайн-метода» [1]. Разложение системной матрицы производится лишь однократно, когда временной шаг принимается равным постоянной величине. Таким образом, использованием метода конечных элементов выполняется достаточно полное описание сложных электромеханических явлений.

Рассмотрим датчик на ПАВ на основе термостабильного кварца ST, X-среза.

Генерируемая ПАВ распространяется в направлении, перпендикулярном электродам встречно-штыревого преобразователя (ВШП) и отражательных решеток. На рисунке 2 показан общий вид датчика на ПАВ, где черным цветом показаны электроды ВШП, серым цветом – кварцевая подложка. Срез геометрии (белого цвета) произведен с целью указания элементарной ячейки моделирования.

Таким образом, моделирование может быть сведено до анализа двумерной области среза ВШП.

Следовательно, выбирая x-координату вдоль направления распространения и y-координату как нормаль к поверхности основания, получаем следующие выражения:

$$u_1 = u_1(x_1, x_2) \quad u_2 = u_2(x_1, x_2) \quad u_3 = 0 \quad (26)$$

Основание датчика считается жестко закрепленным и заземленным. В качестве центральной частоты выберем  $f_0 = 433,92$  (МГц) с учетом того, что специально для приборов, относящихся к классу систем малого радиуса действия, Государственной комиссией радиочастот (ГКРЧ) выделена полоса шириной 1,72 МГц в диапазоне 433,05...434,79 (МГц). Использование данного диапазона регламентируется Европейским стандартом I-ETS 300 220 (433,92 МГц) и не требует платной сертификации, что, несомненно, уменьшит себестоимость устройства. Абсолютную полосу пропускания выберем равной  $\Delta f = 146$  (кГц), т.к. необходимо получение узкополосного резонатора на ПАВ, что позволит дистанционно опрашивать по радиоканалу несколько датчиков, находящихся на контролируемом объекте в радиусе действия радиосканера деформации. Таким образом, относительная полоса пропускания  $\Delta f / f_0 = 0,000336 = 0,0336 \%$ .

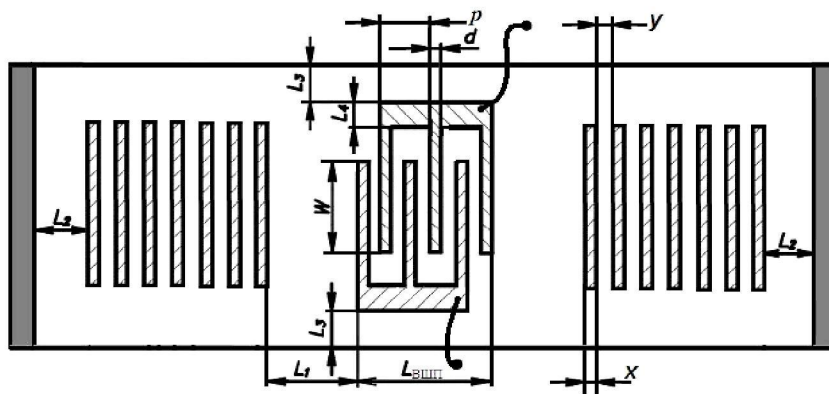


Рис. 1. Схема проектируемого датчика на основе резонатора на ПАВ

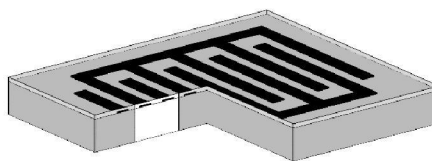


Рис. 2. Общий вид ВШП датчика на ПАВ

Толщина звукопровода  $d$  выбирается  $20 \cdot \lambda_{\text{пов}}$  для уменьшения влияния объемных волн. Таким образом,  $d = 146$  мкм. С целью получения хорошей электропроводности при незначительных дисперсионных искажениях и для надежности присоединения золотых проводников методом сварки со сдвоенным электродом толщину пленки контактных шин выбираем в пределах  $250 \dots 300$  нм =  $(250 \dots 300) \cdot 10^{-9}$  (м). Толщина электродов 80 нм. Ширина электродов  $a = 1,8194 \cdot 10^{-6}$  (м).

Свойства материала задаются матрицами эластичности (в Па), связи (в  $C/m^2$ ) и относительной диэлектрической проницаемости:

$$c_{ipq}^T E = \begin{pmatrix} 8,7 & 10 & 6,98 & 10 & 1,2 & 10 & 6,98 & 10 & 9 & 8,7 \\ 10 & 1,2 & 10 & 1,2 & 10 & 1,2 & 10 & 1,2 & 10 & 1,1 \\ 10 & 1,1 & 1,8 & 10 & 0 & 0 & -1,8 & 10 & 10 & \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$\epsilon_{ip} = \begin{pmatrix} -0,19543 & 0,19543 & 0 & -0,12120 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,12127 & 0,19558 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$\epsilon_{ij}^S = \begin{pmatrix} 4,4093 & 0 & 0 \\ 0 & 4,4092 & 0 \\ 0 & 0 & 4,68 \end{pmatrix} \quad (29)$$

Плотность кварцевой подложки составляет  $\rho = 2651 \text{ кг/м}^3$  [4].

Частотный отклик чувствительного элемента датчика на ПАВ  $H(f)$  может быть получен на основе анализа импульсного отклика  $h(t)$  с помощью преобразования Фурье:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \cdot e^{-2\pi \cdot f \cdot t} dt \quad (30)$$

Для получения импульсного отклика на ВШП подается сигнал следующего вида:

$$V_i = \begin{cases} \pi \cdot f_i \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_i \cdot t), & 0 < t \leq \frac{1}{2 \cdot f_i} \\ 0, & t > \frac{1}{2 \cdot f_i} \end{cases} \quad (31)$$

где  $f_i = 2 \cdot f_0$ ,  $f_0$  – центральная частота чувствительного элемента датчика на ПАВ.

$$f_0 = \frac{v_s}{\lambda_0}, \quad (32)$$

где  $v_s$  – скорость ПАВ на поверхности подложки,  $\lambda_0$  – соответствующая длина волны.

Опрос датчиков может производиться по радиоканалу. При этом сигнал опросного устройства поступает на антенну сенсора, центральная частота которого изменилась под действием приложенного параметра внешней среды (деформации, температуры и т.д.). Ответный сигнал датчика будет нести в себе значение измененной центральной частоты.

#### Список литературы

1. Бальшева О. Л. Материалы для акустоэлектронных устройств : учеб. пос. / О. Л. Бальшева. – СПб. : ГУАП, 2005. – 50 с.
2. Auld B. A. Acoustic Fields and Waves in Solids / B. A. Auld. – N.Y. : JohnWiley&Sons, 1973.
3. Smith I. M. Programming the Finite Element Method / I. M. Smith, D. V. Griffiths. – 3<sup>rd</sup> ed. – N.Y. : John Wiley & Sons, 1998.
4. Xu G. Direct finite element analysis of the frequency response of a Y-Z lithium niobate SAW filter / G. Xu // Smart Materials and Structures. – 2000. – № 9. – P. 973–980.

### References

1. Balysheva O. L. *Materialy dlja akustojelektronnyh ustrojstv* : ucheb. pos. / O. L. Balysheva. – SPb. : GUAP, 2005. – 50 s.
2. Auld B. A. *Acoustic Fields and Waves in Solids* / B. A. Auld. – N.Y. : JohnWiley&Sons, 1973.
3. Smith I. M. *Programming the Finite Element Method* / I. M. Smith, D. V. Griffiths. – 3rd ed. – N.Y. : John Wiley & Sons, 1998.
4. Xu G. Direct finite element analysis of the frequency response of a Y-Z lithium niobate SAW filter / G. Xu // *Smart Materials and Structures*. – 2000. – № 9. – P. 973–980.

### СПОСОБ СНИЖЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ВЫНОСА ПРОППАНТА ПОСЛЕ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА НЕФТЕГАЗОВЫХ ЗАЛЕЖЕЙ

*Маслаков Павел Сергеевич, инженер II-ой категории Отдела разработки газовых месторождений, ООО «ТюменНИИгипрогаз», 625019, Россия, г. Тюмень, ул. Воровского, 2, e-mail: maslakovps@tngg.info*

*Епрынтцев Антон Сергеевич, младший научный сотрудник Отдела разработки газовых месторождений, ООО «ТюменНИИгипрогаз», 625019, Россия, г. Тюмень, ул. Воровского, 2, e-mail: epryntsev@tngg.info*

*Нурмакин Антон Валентинович, инженер II-ой категории Отдела разработки газовых месторождений, ООО «ТюменНИИгипрогаз», 625019, Россия, г. Тюмень, ул. Воровского, 2, e-mail: nurmakin@tngg.info*

*Описаны проблемы эксплуатации скважин после гидроразрыва пласта (ГРП). Выявлены основные недостатки применения традиционного материала для закрепления трещины. Описана методика проведения ГРП, предотвращающая вынос проппанта; предлагается ферромагнитный материал для изготовления проппанта; описано намагничивающее устройство.*

**Ключевые слова:** ГРП, предотвращение выноса проппанта, намагничивание, ферромагнитный проппант.

### METHOD OF REDUCING THE INTENSITY AFTER STEM PROPPANT FRACTURING OIL AND GAS DEPOSITS

*Maslakov Pavel S., Engineer of the II Category, Gas Development Company "TyumenNIIGiprogaz", 2 Thieves' st., Tyumen, 625019, Russia, e-mail: maslakovps@tngg.info*

*Epryntsev Anton S., Associate Fellow, Gas Development Company "TyumenNIIGiprogaz", 2 Thieves' st., Tyumen, 625019, Russia, e-mail: epryntsev@tngg.info*

*Nurmakin Anton V., Engineer of the II Category, Gas Development Company "TyumenNIIGiprogaz", 2 Thieves' st., Tyumen, 625019, Russia, e-mail: nurmakin@tngg.info*

*Describes the operation of wells after fracturing (HF). The basic disadvantages of the traditional material for fixing cracks. A technique for preventing the removal of hydraulic fracturing proppant, offered a ferromagnetic material for the manufacture of the proppant, described magnetizer.*